

1 単元名 二次方程式

2 単元について

(1) 単元観

本単元は、中学校学習指導要領「A 数と式」の中のA(3)二次方程式について示された次の事項について実施するものである。

(3)二次方程式について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること

(ア) 二次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解すること。

(イ) 因数分解したり、平方の形に変形したりして二次方程式を解くこと。

(ウ) 解の公式を知り、それをを用いて二次方程式を解くこと。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 因数分解や平方根の考えを基にして、二次方程式を解く方法を考察し表現すること。

(イ) 二次方程式を具体的な場面で活用すること。

第1学年では、一元一次方程式を、第2学年では、それとの関連を図りながら簡単な連立二元一次方程式を学習している。第3学年では、二次方程式を解くことができ、それを具体的な問題解決の場面で活用できるようにし、方程式をこれまでより多くの場面で問題の解決に活用できるようにする。

一般の二次方程式を解くのに次の二つの方法がある。

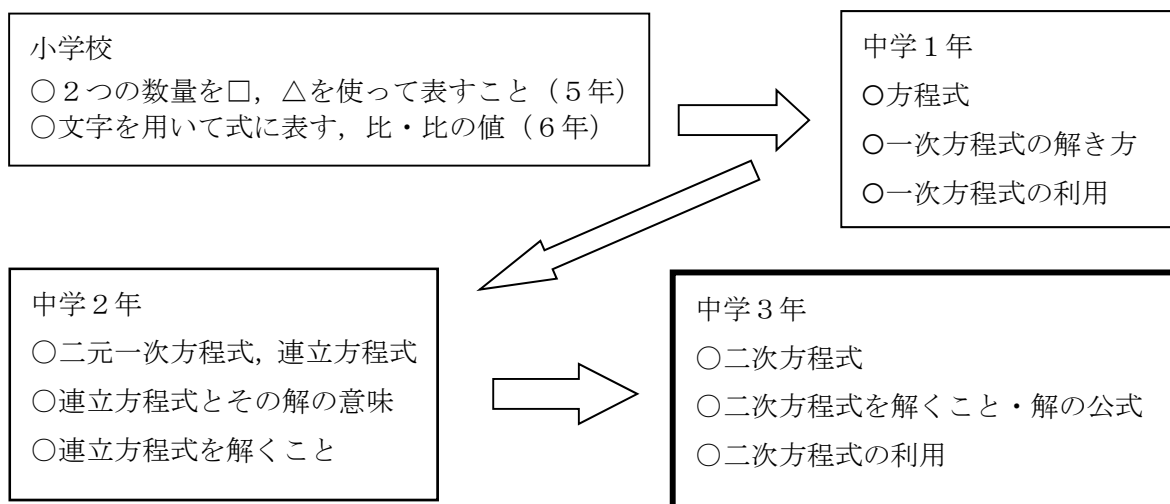
①因数分解によって一次式の積に変形し、「 $AB=0$ ならば、 $A=0$ または $B=0$ 」であることを用いる方法

②等式の変形によって $X^2=k$ の形を導き、平方根の考えを用いる方法

上記②の方法を用いれば、因数分解で解を求めることができないような二次方程式でも、解を求めることができる。しかし、②の方法は式変形や操作が一般に複雑である。解の公式は、このような式変形や操作の反復を省略し、能率的に解を求めるためのものである。

二次方程式については、その解が二つあることや大きさが分かりにくい平方数を含む数になることがあり、問題の答えとして適切ではない答えを出しても気づかない場合がある。こうした点も踏まえ、具体的な問題解決の場面で二次方程式を活用する場合には、解決の過程を振り返り、事象における数量の関係を的確に表した二次方程式がつくられているかどうかを吟味したり、得られた解が問題の答えとして適切であるかどうかをもとの事象に戻して調べたりすることなどが一層大切になる。

・関連する学習内容



(2) 指導観

一元一次方程式では解が1つ, 連立二元一次方程式は2つの文字に対してそれぞれ解を出していた。本単元では次数が増えることによって方程式の解がどのような形になるのかを考えさせ, どのようにすれば解を求めることができるかという点に重点を置いて指導をしていきたい。

事前調査でも明らかになったように, 基礎的な知識を応用したり, 組み合わせたりする問題の正答率は低く, 苦手意識が強い。二次方程式は既習事項である平方根や因数分解の考えを応用し, その問題に適した解き方で解を求めていくというものであるという点を踏まえると, 多くの生徒が二次方程式に苦手意識を持つことが予想される。特に, 二次方程式の解き方を学ぶ際には, 丁寧に指導し問題演習の時間を十分に確保することで, 多くの生徒が自力解決できることを目指したい。

生徒の苦手意識の多くは, 授業時間内に問題に正解することができず, 達成感を味わうことができない点から生まれているものであると考えられる。机間巡視の中で, 適宜解決のためのヒントを与え, たとえ1問だけでも自分で問題が解けたという経験を毎時間積み重ねることができるよう指導したい。

3 単元の目標

- ・様々な事象を二次方程式でとらえたり, それらの性質や関係を見いだしたりするなど, 数学的に考え表現することに関心を持ち, 意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとする。 **【関心・意欲・態度】**
- ・二次方程式についての基礎的・基本的な知識や技能を活用して, 論理的に考察し表現するなど, 数学的な見方や考え方を身に付けることができる。 **【数学的な見方や考え方】**
- ・二次方程式を解くなどの技能を身に付けることができる。 **【技能】**
- ・二次方程式の必要性和意味およびその解の意味などを理解し, 知識を身に付けることができる。 **【知識・理解】**

4 指導計画 16 時間扱い (本時 1/16)

時	学習内容と学習活動	評価規準 (評価の観点・評価方法)	
一 次	1 〔本時〕	<ul style="list-style-type: none"> 具体的な問題を解決することを通して、二次方程式の必要性を理解する。 周の長さが 24m の長方形の、縦、横の長さとお面積について調べる。 面積が 34m^2 のとき、縦と横の長さを求めるための方程式をつくる。 	<ul style="list-style-type: none"> 具体的な問題を解決することに関心をもち、自分なりの方法で考えようとする。 (関心、意欲、態度・机間指導、発表) 具体的な問題のなかから数量の間の関係を見だし、二次方程式をつくることができる。 (数学的な見方、考え方・ノート)
	2	<ul style="list-style-type: none"> 二次方程式の意味を知る。 二次方程式の解と二次方程式を解くことの意味を知る。 	<ul style="list-style-type: none"> 二次方程式とその解の意味を理解する。 (知識、理解・ノート) 二次方程式のなかの文字に値を代入して、解であるかどうかを確かめることができる。 (技能・ノート)
	3	<ul style="list-style-type: none"> $ax^2+c=0$ の形をした二次方程式を、平方根の考えを使って解く。 $(x+\blacktriangle)^2=\bullet$ の形をした二次方程式を、平方根の考えを使って解く。 	<ul style="list-style-type: none"> $ax^2+c=0$ の形をした二次方程式を、平方根の考えを使って解くことができる。 (技能・ノート、発表) $(x+\blacktriangle)^2=\bullet$ の形をした二次方程式を、平方根の考えを使って解くことができる。 (技能・ノート、発表)
	4	<ul style="list-style-type: none"> $x^2+px+q=0$ の形をした二次方程式を、$(x+\blacktriangle)^2=\bullet$ の形に変形する方法を考える。 	<ul style="list-style-type: none"> 二次方程式を解くことに関心をもち、平方根の考えを使って、二次方程式を解こうとする。 (関心、意欲、態度・机間指導) $x^2+px+q=0$ の形をした二次方程式を、$(x+\blacktriangle)^2=\bullet$ の形に変形する方法を考えることができる。 (数学的な見方、考え方・ノート)
	5	<ul style="list-style-type: none"> $x^2+px+q=0$ の形をした二次方程式を、$(x+\blacktriangle)^2=\bullet$ の形に変形して解く。 	<ul style="list-style-type: none"> $x^2+px+q=0$ の形をした二次方程式を、$(x+\blacktriangle)^2=\bullet$ の形に変形して解く方法を理解する。 (知識、理解・ノート、発表) $x^2+px+q=0$ の形をした二次方程式を、$(x+\blacktriangle)^2=\bullet$ の形に変形して解くことができる。 (技能・ノート)
	6	<ul style="list-style-type: none"> 二次方程式の解の公式を理解する。 二次方程式 $3x^2+5x+1=0$ の解き方にならって、二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ を解き、解の公式をつくる。 	<ul style="list-style-type: none"> 解の公式に関心をもち、解の公式を使って、二次方程式を解こうとする。 (関心、意欲、態度・机間指導、ノート) 二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解き方を、数係数の二次方程式を平方の形に変形する解き方と対比させて、解の公式を導く過程を考えることができる。 (数学的な見方、考え方・ノート)
	7	<ul style="list-style-type: none"> 解の公式を使って、二次方程式を解く。 	<ul style="list-style-type: none"> 解の公式を使って、二次方程式を解くことができる。 (技能・ノート、プリント) 解の公式を使った二次方程式の解き方を理解する。 (知識、理解・ノート)
	8	<ul style="list-style-type: none"> 因数分解を使って、二次方程式を解く。 	<ul style="list-style-type: none"> 二次方程式を解くことに関心をもち、因数分解を使って、二次方程式を解こうとする。 (関心、意欲、態度・机間指導、ノート) 因数分解を使って、二次方程式を解くことができる。 (技能・解答用紙)

	9	<ul style="list-style-type: none"> 二次方程式の解き方を振り返って、どの方法で解いてもよいことを確認する。 いろいろな形をした二次方程式を、その形に適した方法で解く。 係数に文字をふくむ二次方程式に解を代入して、その文字の値を求める。 	<ul style="list-style-type: none"> これまで学んだ二次方程式の解き方に関心をもち、二次方程式に適した方法で解こうとする。 (関心、意欲、態度・机間指導、発表) いろいろな形をした二次方程式を、その形に適した方法で解くことができる。 (技能・プリント)
	10	<ul style="list-style-type: none"> 基本の問題に取り組み、理解を深める。 	<ul style="list-style-type: none"> 基本の問題を解くことができる。 (技能・観察、ノート)
二 次	11 ～ 15	<ul style="list-style-type: none"> 具体的な問題を、二次方程式を利用して解決するときの考え方や手順を理解する。 二次方程式を使って文章題を解く手順を確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> 具体的な問題のなかから数量の間の関係を見だし、二次方程式をつくることができる。 (数学的な見方、考え方・発表、プリント) 二次方程式を利用して問題を解決するときの手順を理解する。 (知識、理解・ノート)
ま と め	16	<ul style="list-style-type: none"> 章の内容を定着させ、理解度を高める。 章末問題を解き、理解を深める。 	<ul style="list-style-type: none"> 章末問題を解くことができる。(技能・観察、ノート)

5 本時の指導

(1) 目標

- 具体的な問題を解決することに関心をもち、自分なりの方法で考えようとする。
【関心・意欲・態度】
- 具体的な問題のなかから数量の間の関係を見だし、二次方程式をつくることができる。
【数学的な見方や考え方】

(2) 授業観

関連する学習として、1年次には「方程式」、2年次には「連立方程式」を学習してきている。また、3年次に「1章 多項式」、「2章 平方根」で学習した式の展開や因数分解、平方根の知識を用いて、単元を通して二次方程式の解法を考えていく。

本時は、「3章 二次方程式」の導入の時間に当たる。長さが同じロープを用いて、さまざまな形の長方形を考えることで、方程式が利用できる場面をさらに広げていく。身近な題材を用いて生徒の考える意欲を想起させることがねらいである。自由に図をかくことで長方形の縦、横、面積の関係に気づかせたい。長方形の周の長さが等しくとも面積は等しくならぬと考えたり、正方形のときが最も面積が大きくなると考えたり、周の長さが一定のときの長方形の縦と横の長さは一次関数の関係であると考えたりと深く考えることでたくさんの発見をさせたい。

その中で、「面積が34になる長方形の縦と横の長さ」に注目し、二次方程式が必要とされる場面を丁寧に扱っていきたい。このときの関係を式に表すことで、今までと異なる方程式が存在することに気づき、どのようにすれば解を求めることができるのだろうかとか次回以降の授業へとつながりを持たせたい。

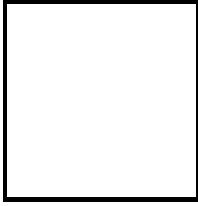
また、本時はタブレットを使用しながら授業を進めていく。教師が掲示装置として使用するこ

ともできるが、生徒が授業の中で操作をするという場面を意識している。毎時間使用させることは難しく、複雑な操作を要求することはできないが、タッチペンで図を描き他の生徒と共有することができるようにしたい。

(3)展開

時配	学習内容と学習活動	指導・支援 ○評価	資料
(2) 3 3 4	<p>※2分前着席時から計算ドリルを始める。</p> <p>1 復習問題を解く。 ・計算ドリルを配り復習を行う。</p> <p>【見出す】</p> <p>2 具体的事象について考える。 ・長さが同じ24mのロープを使って異なる形の長方形を作る。</p> <p>【調べる】</p> <p>3 学習問題を設定する</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>同じ長さのロープで異なる形の長方形を作ったとき、面積はどうなるのか。</p> </div>		タブレット掲示
15	<p>4 学習問題について、図や表を用いて調べる。 ・4人班にして、調べる。</p> <p>①図を用いて調べる。 ・タブレットに作図する。</p> <div style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px; margin: 10px auto;"></div>	<p>・形によらず、長方形の縦の長さとの横の長さの和が12mで一定であることを確認する。</p> <p>・挙手させ、予想を確認する。</p> <p>○具体的な問題を解決することに関心をもち、自分なりの方法で考えようとしているか。(関心、意欲、態度・観察、ノート)</p> <p>・個人で解決することが難しい生徒は、他の生徒に確認しながら作業を進めさせる。</p> <p>・班に1台タブレットを配布し、作図の操作をさせる。</p> <p>・はじめに記入例(縦:11, 横:1)を生徒に示し、作業の方法に見通しを持たせた上で作業させる。</p>	タブレット配布

(記入例)



面積 36 のとき

(縦 : 6, 横 : 6)

面積 27 のとき

(縦 : 9, 横 : 3)

②表に結果を記入する。

・配られた表に記入する。

面積	縦	横
11	11	1
20	10	2
27	9	3
32	8	4
35	7	5
36	6	6
35	5	7
32	4	8
27	3	9
20	2	10
11	1	11

5

5 調べたことをまとめる。

5

- ・いろいろな面積の長方形がかける。
- ・面積が最大になるのは,
 $6 \times 6 = 36 \text{ m}^2$ (正方形) のときである。

【深める】

6 新たな問題を掲示する。

表配布

・縦と横の長さを 1m ずつ変化させていったときの面積の変化の様子を調べさせる。

・長方形の面積は一定でないこと、面積が最大になるのは正方形のときであることを全体で確認し、まとめる。

・表の中で面積 34 m^2 がないことに注目し、そのような長方形の縦の長さ、横の長さはどうなるのかを考えさせる。

・表から縦と横の長さについて、大ま

タブレ

<p>5</p> <p>8</p>	<p>・面積 34 m²の長方形は作ることができるか考える。</p> <p>・(7~8 の間の数) × (4~5 の間の数) =34 であることを理解する。</p> <p>7 関係を式に表す。</p> <p>・縦の長さを x, 横の長さを y として, 面積 34 m²の長方形についての関係をあらわす式を考える。</p> <p>・班毎に、タブレットに式をかく。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\begin{cases} xy = 34 \\ x + y = 12 \end{cases}$ </div> <p>【まとめあげる】</p> <p>8 式変形を行い, 二次方程式を導く。</p> <p>・上記の式の y を消去し, x のみの式に式変形をする。</p> <p>・班毎に、タブレットに式変形をかく。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $y = -x + 12 \text{ より}$ $x(-x + 12) = 34$ $-x^2 + 12x - 34 = 0$ $x^2 - 12x + 34 = 0$ </div>	<p>かな予想をたてることはできるが正確な数値を求めることができないことを確認し, 方程式を用いる必要があることを伝える。</p> <p>○具体的な問題のなかから数量の間の関係を見だし, 二次方程式をつくることができるか。(数学的な見方や考え方・観察, ノート)</p> <p>・面積が 34 m²であること, 縦と横の長さの和が 12m であることの 2 点から立式ができることを確認する。</p> <p>・代入法で y を消去することを確認する。</p> <p>・方程式の解の意味を考えると, これにあてはまる x の値が, 縦と横の長さであることを確認する。</p> <p>・また, 先の連立方程式は, 反比例のグラフと, 一次関数のグラフの式にもなっていることにも注目し, 時間があ</p>	<p>ツ ト 掲 示</p> <p>タ ブ レ ッ ト 使 用</p> <p>タ ブ レ ッ ト 使 用</p> <p>タ ブ レ ッ ト 使 用</p>
-------------------	--	--	---

2	<ul style="list-style-type: none"> ・ (二次式) =0 の形に変形できる方程式を二次方程式ということを理解する。 <p>9 本時の振り返りをする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 学習記録票を記入する。 	れば紹介する。	
---	--	---------	--

(4)板書計画

学習問題	わかったことのまとめ	立式 式変形 二次方程式について
縦と横の長さの合計は 12m で一定 縦と横の長さが一定のとき 面積も一定になるか	面積 34 m ² の長方形をかけるか？	